XXVI OI, I etap
Jurorskie opisy rozwiązań zadań

Klubowicze 2

Autor zadania i opisu: Tomasz Idziaszek

Mamy $2n$ możliwych wartości pytanie-odpowiedź, dla klubowicza i możemy je trzymać na masce bitowej $i + (2^n - 1 - i) \cdot 2^n$. Wyznaczamy też alternatywę A masek wszystkich klubowiczów. Teraz chcemy znaleźć liczbę podziałów okręgu na dwa przedziały, żeby alternatywa masek w każdym przedziale była A.

Łatwo można pokazać rozwiązanie $O(n^3)$: dla każdego $O(n^2)$ wyboru jednego przedziału obliczamy alternatywę w obu przedziałach w czasie $O(n)$.

Powyższe można przyspieszyć do $O(n^2)$ przez stablicowanie wyników dla przedziałów.

Szybsze rozwiązanie uzyskujemy, jeśli wyznaczymy dla każdego i dwie wartości $l(i)$ oraz $r(i)$, które są minimalnymi długościami przedziałów o alternatywie A na lewo i na prawo od i, tzn. przedziały na okręgu $[i-l(i), i-1]$ oraz $[i, i+r(i)-1]$. Mając te tablice, dla każdego i wystarczy stwierdzić, czy $l(i)+r(i) \leqslant m$ i jeśli tak, to do odpowiedzi dodać $m - l(i) - r(i) + 1$. Na końcu (z symetrii) dzielimy odpowiedź przez 2.

Do wyznaczenia tablicy $r(i)$ (drugą wyznaczamy symetrycznie) można użyć wyszukiwania binarnego oraz struktury danych, która umożliwia wyznaczanie alternatywy na przedziałach. Jeśli użyjemy drzewa przedziałowego, to dostaniemy czas $O(n \log^2 n)$ i pamięć $O(n)$ a jeśli użyjemy słownika podsłów bazowych, to czas i pamięć $O(n \log n)$.

Można jednak szybciej, korzystając z metody gąsienicy, i wtedy dla obu struktur dostajemy czas $O(n \log n)$. Takie rozwiązanie powinno dostawać 100 punktów.

Można jeszcze szybciej, korzystając z metody gąsienicy i analogu kolejki minimów (tylko liczącej alternatywę). Opis takiej kolejki znajduje się w książce *Przygody Bajtazara*. Czas i pamięć $O(n)$.