Niedbałość

Autor zadania: Jakub Radoszewski
Autor opisu: Jan Kanty Milczek

Zacznijmy od odpowiedzi na pytanie „jak określić, czy rozwiązanie jest poprawne". Aby sprawdzić, czy dany wspólny podciąg jest rozszerzalny, musimy sprawdzić, czy da się wstawić do niego dowolną literkę. Miejsc, w które taką literkę można by potencjalnie wstawić jest $l + 1$, gdzie l to długość podciągu. Dla każdego z tych miejsc podzielmy podciąg na lewy i prawy fragment. W ciągach A i B znajdźmy zachłannie od lewej podciągi będące lewym fragmentem i zachłannie od prawej fragmentem prawym. W pozostałych „środkowych" literkach ciągów A i B nie może być żadnej wspólnej literki, w przeciwnym wypadku wspólny podciąg jest rozszerzalny.

Skorzystamy z powyższej strategii rozszerzania, układając rozwiązanie.

Rozszerzajmy lewy fragment podciągu, aż nie możemy już dodać żadnej nowej literki. Wówczas zapewniamy, że stworzyliśmy podciąg nierozszerzalny na ostatniej pozycji. Skoro tak się stało, to możemy próbować rozszerzać ciąg na pozycjach wcześniejszych – zamrażamy ostatnią literkę (dodajemy ją do prawego fragmentu) i ponownie próbujemy rozszerzać lewy fragment. Operację powtarzamy aż lewy fragment będzie pusty i nierozszerzalny – zapewniliśmy wtedy poprawność wyniku poprzez konstrukcję zgodną z algorytmem weryfikacji wyniku opisanym wyżej.

Rozwiązanie można zaimplementować w czasie $O(n + m + z \cdot \min(n, m))$ (gdzie z to rozmiar alfabetu), zapisując dla każdej pozycji, w którym miejscu z prawej jest każda z z literek. Rozszerzanie lewego fragmentu o znak polega na przejrzeniu wszystkich z literek i sprawdzaniu, czy nie wchodzimy na fragment prawy. Jeśli literka zostaje dodana do lewego fragmentu, to zostanie już w wyniku, wykonamy więc $O(\min(n, m))$ takich operacji. Zamrażanie literki możemy wykonać pomniejszając od prawej ciągi A i B, aż znajdziemy w każdym taką literkę. Wszystkie takie operacje mogą usunąć najwyżej całość ciągów, więc łączna złożoność wszystkich tych operacji to $O(n + m)$.

Zadanie można też rozwiązać w czasie $O((n+m) \log \log(n+m))$ za pomocą algorytmu opisanego w dosyć skomplikowanej pracy naukowej znajdującej się pod tym adresem. Jednak takie rozwiązanie nie było w tym zadaniu potrzebne.